



Zo krijgen braille- leerlingen wiskunde in de vingers

Grip krijgen op wiskundige expressies is een hele klus voor de 80 blinde leerlingen op het voortgezet onderwijs in Nederland. Annemiek van Leendert, wiskundedocent en ambulant onderwijskundig begeleider bij VISIO onderzocht hoe leerlingen daarbij geholpen kunnen worden. Zij promoveerde in november 2021 op dit onderwerp.

Geef een ziende leerling een wiskundeopdracht en nog voordat er ook maar iets wordt uitgerekend, heeft die al zicht op de aard en de structuur van het probleem: is het een vergelijking? Is er sprake van breuken, wortels, kwadraten of hogere machten? Staan er haakjes? Zijn teller en noemer hetzelfde? Dit alles ziet een leerling in één oogopslag, in een fractie van een seconde. Een blinde leerling die afhankelijk is van braille, moet de hele opgave – al voelend – onderzoeken voor die dit overzicht heeft. Daar is veel meer tijd en inspanning voor nodig.

Annemiek van Leendert zag haar brailleleerlingen worstelen met wiskunde. "Ik had het gevoel dat mijn leerlingen onder hun niveau presteerden doordat mijn lessen niet goed genoeg ondersteuning boden. Ik wilde ze graag beter helpen en besloot daar onderzoek naar te doen. Zes jaar later was mijn proefschrift klaar. Mijn conclusie: er is zeker verbetering mogelijk, maar er is géén eenvoudige oplossing. Er zijn problemen op verschillende vlakken, waar ik straks dieper op zal ingaan.

Nu vast een korte opsomming: er zijn verschillende brailletabellen in omloop; leerlingen gebruiken vaak eenzelfde leesstrategie voor 'gewone' tekst als voor wiskunde; de inzet van spraaksynthese-software zorgt voor verwarring als de instellingen daarvan niet toegesneden zijn op wiskunde. Als je hulpmiddelen zoals een brailleleesregel of spraaksoftware gebruikt, leer je op een andere manier wiskunde; je moet daarom ook op een andere manier les krijgen. Docenten zijn zich daar vaak niet bewust van en hebben er ook weinig kennis over.

Verbetering moet liefst op al die vlakken plaatsvinden."

Braille

Brilleschrift noteert letters en andere tekens in combinaties van voelbare puntjes. Hoe die omzetting plaatsvindt, is vastgelegd in een 'brailletabel'. Het bekendst is de 6-punts notatie. Hier beginnen de meeste leerlingen mee op de basisschool, eerst op papier, later met een brailleleesregel aan de laptop. Letters zijn geen probleem, die worden altijd op dezelfde wijze weergegeven: a = ' b = ' c = " z = ::

Maar 6 puntjes bieden niet genoeg mogelijkheden voor cijfers en rekenkundige tekens. Dit wordt opgelost door een letterteken vooraf te laten gaan door een speciaal teken 'nu komt een cijfer' :
Voorafgegaan door dit teken verandert a in 1, b in 2 enzovoort:
1 = .: ' 2 = .: ' 3 = .: "

Een opgave neemt hierdoor veel meer ruimte in op een regel, dat verlengt de leestijd en maakt het lastiger om overzicht te krijgen. Daarom wordt op een gegeven moment vaak overgestapt op een systeem met 8 puntjes, dan kunnen cijfers en rekenkundige tekens elk een unieke notatie krijgen. Dat is nog wel flink wennen, want vooral de wiskundige tekens (+ * / =) zien er vaak heel anders uit in de 8-punts dan in de 6-punts notatie. Het is zelfs nog ingewikkelder: elk land heeft z'n eigen brailletabel. Er staan vaak ook verschillende brailletabellen op de laptops van leerlingen. Het kan daarom zo zijn dat een leerling – zonder dat te weten – op school een andere brailletabel gebruikt dan thuis. Dat levert verwarring en fouten op: het teken + wordt dan bijvoorbeeld op school omgezet in :: en thuis in ::
Annemiek: "We hebben in 2019 – 2021 met de Brailleliga's van Nederland en België een 6-punts en 8-punts brailletabel ontwikkeld. Deze twee tabellen sluiten goed op elkaar aan, waardoor de overstap van 6-punts naar 8-punts braille niet zo groot is. Toch blijft begeleiding van die overstap belangrijk. Als alle leerlingen 'onze' brailletabellen gebruiken, zowel thuis als op school, kunnen de docenten betere ondersteuning bieden. Zij kunnen leerlingen dan ook makkelijker op veel voorkomende fouten wijzen (elke brailletabel heeft zo z'n eigen valkuilen)."

Alles op één regel

De ruimtelijke notatie op papier, waarbij de teller boven de noemer staat en de streep van het wortelteken zich als een dakje uitstrekt boven de hele term waarop die betrekking heeft, biedt goedziende leerlingen snel inzicht in de structuur van een opgave. Blinde leerlingen hebben dat instant-inzicht niet.

Braille is opgebouwd uit steeds even grote cellen (6-punts of 8-punts), die van links naar rechts genoteerd en gelezen worden. De brailnotenatie is lineair, alle cellen staan op 'dezelfde hoogte'. Het is daardoor niet mogelijk om bijvoorbeeld machten in superscript te schrijven.



FOTO: BABBAGE

15 Een docent die wiskunde geeft aan brailleleerlingen moet goed zijn in wiskunde én in braille

In Nederland gebruiken we een brailnotenatie die lijkt op de notatie in Excel. Hierin wordt bijvoorbeeld 3^2 geschreven als 3^*2 en $\sqrt{5}$ als $\text{sqrt}5$ (= square root). Annemiek: "Een wiskundige expressie wordt dan al snel een lange sliert van tekens. Braillelezers moeten dit met de vingertoppen lezen (van links naar rechts) en tegelijkertijd de structuur ontdekken en overzicht opbouwen. Je begrijpt dat dit lastig is en een groot beroep doet op concentratie, cognitie en werkgeheugen."

Leesstrategie

Braillelezen kost veel tijd; blinde leerlingen krijgen dan ook van jongs af aan de instructie om tempo te maken en dus sneller, globaler te lezen. Dat hierdoor eerder leesfouten worden gemaakt, heeft bij wiskunde meer impact dan bij talige vakken.

Annemiek onderzocht – met behulp van een speciale brailleleesregel en bijbehorende software – de leesstrategie van braillelezers bij het maken van wiskundeopgaven. Ze legde de bewegingen van de linker- en de rechterwijsvinger (de leesvingers) vast en vergeleek deze met de oogbewegingen van ziende leerlingen bij dezelfde opgaven. "Wat opviel was dat alle ziende leerlingen een bijna identiek kijkpatroon gebruikten bij dezelfde opgave. Ze zochten naar punten van houvast (zoals isgelijktaken, deelstreep, worteltekens, haakjes) en losten daarna de opgave op de meest efficiënte manier op. Ik kon steeds aan het oogbewegingspatroon herkennen om welke opgave het ging. Kennelijk heeft elke opgave een eigen ideaal 'scan-pad', een ideale volgorde om aandacht te besteden aan alle onderdelen. De blinde leerlingen hadden niet alleen veel meer tijd nodig, ze hadden ook allemaal hun eigen leesstrategie. Kennelijk waren ze (nog) niet in staat hun leesstrategie of vingerbewegingen te koppelen aan de wiskundige structuur van de opgave. Dat hadden ze nooit geleerd. Dat kun je ook alleen leren van docenten die verstand hebben van wiskunde én van braille."

"Hier is zeker winst te behalen", vertelt Annemiek. "We leerden de brailleleerlingen om een leesstrategie te gebruiken die aansluit bij de wiskundige structuur van de expressie. In de eerste verkenning van een opgave is het goed om precies te lezen wat er staat. Dé manier om dat te doen is om de linker- en rechterwijsvinger dicht naast elkaar over de expressie of vergelijking te bewegen. Zo blijkt dan bijvoorbeeld dat het gaat om een expressie met haakjes of om een vergelijking met aan beide zijden van het isgelijktaken een breuk. Vervolgens gaan beide leesvingers los van elkaar aan de slag: de ene vinger leest het linker-, de andere het rechterdeel van

de vergelijking. Of de linkerwijsvinger houdt het openingshaakje vast, terwijl de rechterwijsvinger verder leest tot aan het sluithaakje. Na zes trainingen van een half uur in deze leesstrategie konden braillelezers meer dan 40% tijdswinst boeken. Ze leken ook de kenmerken van de wiskundige structuur gemakkelijker op te pikken.

Of ze ook beter werden in het oplossen van wiskundesommen, is niet te zeggen. We hadden te makkelijke opgaven uitgekozen, die leerlingen ook zonder onze training al correct (maar langzaam) maakten. Het is zeker interessant om daar vervolgonderzoek aan te wijden."

Spraak, een vloek en een zegen

Veel leerlingen hebben bij het verwerken van teksten een voorkeur voor spraak boven braille, waarbij ze de spreektaal flink hoog zetten. Dat werkt prima voor de talige vakken, maar rekenen en wiskunde draaien om details en precisie.

Tijdens haar onderzoek kwam Annemiek van Leendert erachter dat leerlingen die spraaksoftware gebruikten, sommige 'clues' misten. Wat bleek: ze gebruiken instellingen waarbij veel wiskundige tekens niet worden uitgesproken. Prima bij talige vakken, je wordt er immers gek van als elke komma, elke punt achter een zin uitgesproken wordt... Maar bij wiskunde is zo'n punt, komma of haakje juist wel essentieel, dan wil je niet dat '(2(3 + 5))' wordt uitgesproken als 'twee drie plus vijf'. Voor wiskunde moeten leerlingen dus andere instellingen gebruiken, daar moeten ze op gewezen worden. Verder ontwikkelde Annemiek een spraakwoordenboek dat op de laptop gezet kan worden, waardoor bijvoorbeeld 'sqrt' voorgelezen wordt als 'wortel'.

Het gevaar bestaat dat leerlingen het braillelezen wellicht niet goed onder de knie krijgen of niet goed onderhouden als ze te veel en te vaak spraak gebruiken. Annemiek maakt zich daar zorgen over: "Goed kunnen braillelezen is essentieel. Weliswaar hebben veel leerlingen een voorkeur voor spraak omdat dat veel minder inspannend is. Maar tegelijkertijd zegt elke brailleleerling: 'Als de som echt ingewikkeld is, heb ik braille nodig; dan red ik het niet met spraak, daarmee heb ik veel te weinig overzicht'.

Spraak kan wel een belangrijke toevoeging zijn in de eerste verkenning-fase van een wiskundeopgave. Door te beginnen met spraak, kunnen leerlingen snel overzicht krijgen over wat voor soort opgave het is, in plaats van zich te verliezen in de details. Dat zet ze meteen aan het denken: 'Dit is een vergelijking van twee breuken; dan moet ik dus eerst checken of de noemers gelijk zijn.' Dit voorwerk helpt om een betere (braille) leesstrategie te kiezen en minder leesfouten te maken."

De brailleleesregel slim inschakelen

Alle blinde leerlingen in het Nederlandse voortgezet onderwijs hebben de beschikking over een brailleleesregel, verbonden aan hun laptop. Annemiek onderzocht of die brailleleesregel zo kan worden ingezet dat het voor leerlingen wat makkelijker wordt om snel de structuur van een wiskundige expressie te doorgronden. "Ik ben aan het uitzoeken of bijvoorbeeld haakjes en het isgelijktteken iets verhoogd kunnen worden weergegeven, als een tactiele cue, zodat meteen voelbaar is hoe een opgave in elkaar zit. Wat zeker kan - met behulp van een macro in Word bijvoorbeeld - is direct 'onder' de expressie alleen de haakjes weergeven als hulpmiddel om overzicht te krijgen:

$$-2(4 - (3 + 5))$$

Ik heb dat in een pilot getest en het lijkt goed te werken."

Wat valt er te verbeteren bij docenten en op scholen?

"Een docent die wiskunde geeft aan brailleleerlingen moet goed zijn in wiskunde én in braille. Je moet begrijpen waarom sommige dingen lastig zijn en hoe je brailleleerlingen daarbij kunt ondersteunen. Voor docenten in het regulier onderwijs is het niet eenvoudig om deze expertise op te bouwen, dat kost ruimte en tijd. Bovendien is de kans klein dat opgebouwde expertise nogmaals ingezet kan worden: er zijn - verdeeld over het land - maar zo'n 40 brailleleerlingen in het reguliere voortgezet onderwijs, de andere 40 gaan naar het speciaal onderwijs.

In het speciaal voortgezet onderwijs, waar ik zelf aan verbonden ben, is zeker ook winst te behalen.

Ik hoop dat docenten gaan beseffen dat wiskunde een vak apart is en dat er een aparte braille-instructie voor wiskunde moet worden ontwikkeld. Er zal aandacht moeten zijn voor de overstap van 6-punts naar 8-punts braille, voor precies lezen, voor het verkrijgen van overzicht over de wiskundige structuur en voor de juiste inzet van spraak (naast braille). Om ervoor te zorgen dat brailleleerlingen goed braille leren lezen en hun braillevaardigheid op peil houden, zou ik er bovendien vóór zijn om brailleleerlingen te 'dwingen' om bijvoorbeeld twee dagen per week alleen met braille - dus zonder spraak - te werken."



Annemiek van Leendert promoveerde in november 2021 op haar proefschrift *Improving Reading and Comprehending Mathematical Expressions in Braille*. Het onderliggende onderzoek (met een beurs voor twee dagen per week van het NWO) nam zes jaar in beslag. Annemiek werd bij dit onderzoek zowel begeleid door het Freudenthal Instituut van de UU als door de afdeling neurowetenschappen van het Erasmus MC.

Afsluitend

"Als er serieus werk wordt gemaakt van de hiervoor genoemde aandachtspunten, zullen bijna alle brailleleerlingen wiskunde in de vingers kunnen krijgen. Ze kunnen dan wiskunde doen op een niveau dat past bij hun wiskundige aanleg." ■

Wat voorbeelden

Neem deze expressie: $-2 + 3 - \frac{4+5}{6} + 2$

Deze kan in een lineaire notatie geschreven worden als:

$$-2 + 3 - (4 + 5) / 6 + 2$$

Vertaald in 6-punts braille (met behulp van de nieuwe Nederlandse brailletabel):

$$\dots$$

Voor de duidelijkheid van de Vives-lezer voegen we hier wat kleur toe:

$$\dots$$

In 8-punts braille wordt deze expressie (ook op basis van de Nederlandse brailletabel):

$$\dots$$

En weer met kleur:

$$\dots$$

Een brailleleerling leest altijd van links naar rechts, dus begint bij -2. Pas als die het teken / leest, weet de leerling dat het om een breuk gaat en dat 4 + 5 de teller is. Wanneer je een hulpteken gebruikt dat het begin en het einde van de breuk aangeeft, is het voor een leerling gemakkelijker om overzicht te krijgen. Bovendien zijn dan de extra haakjes niet meer nodig.

Stel dat we voor de Nederlandse notatie voor 'begin breuk' het teken ⠸ (dat staat ook voor ?) en voor 'einde breuk' het teken ⠼ (dat staat ook voor @) reserveren.

De bovenstaande vergelijking zou er dan zo uitzien in 6-punts notatie:

$$\dots$$

In 8-puntsbraille:

$$\dots$$

Nu een met worteltekens:

$$\sqrt{\frac{x^2}{x+2}} + 3$$

In lineaire notatie:

$$\text{sqrt}(x^2/(x + 2)) + 3$$

In 6-punts braille:

$$\dots$$

In 8-punts braille:

$$\dots$$

Met behulp van de hiervoor gedefinieerde tekens voor het begin en het einde van de breuk, in 6-punts braille:

$$\text{sqrt}(?x^2/x + 2 @) + 3$$

In 8-punts braille:

$$\dots$$